Chapitre V : Choix des facteurs et Coûts de Production

I- Le Choix des Facteurs

1- La règle de choix

Lorsque les facteurs sont substituables, il y a plusieurs combinaisons possibles pour produire une même quantité ''y'' d'un certain bien. Comment choisir la combinaison la meilleure ?
Nous avons déjà admis que les choix de l'entreprise répondent à l'objectif de maximisation du profit. En définissant le profit comme la différence entre le revenu et le coût total de production et en observant que la quantité du produit est donnée et que son prix ne dépend pas de quantités de facteurs, la maximisation du profit est équivalente à la minimisation du coût total :

$$\text{Max } \Pi = py - \sum_{i=1}^{i=n} c_i x_i \quad \text{sous la contrainte}$$
$$y = y_0$$

p ne dépendant pas des x_i sous la contrainte $y = y_0$, le programme précédent équivaut à $\text{Min } C(x_1,\dots, x_n) = \sum_{i=1}^{i=n} c_i x_i$

Quelle est maintenant la combinaison de facteurs $(x_1^*,\dots\dots, x_n^*)$ qui correspond au coût minimum ?

Pour y répondre, commençons par observer que les facteurs de production sont caractérisés par des productivités différentes et par des coûts unitaires différents. En divisant la productivité marginale de chaque facteur par son coût unitaire, on obtient la productivité marginale du dernier dinar dépensé à acquérir ce facteur.

A l'équilibre, il faudrait que cessent les possibilités d'arbitrage, c'est à dire qu'on ne peut plus diminuer la dépense en transférant un dinar d'un facteur à un autre. En d'autres termes il faudrait que la productivité marginale du dernier dinar soit la même quel que soit le facteur auquel il est réservé. Démontrons-le par l'absurde. Supposons donc qu'il existe deux facteurs i et j tels que : $\frac{f'_j}{c_j} > \frac{f'_i}{c_i}$. L'entreprise pourrait alors diminuer son coût de production de la quantité y_0 en substituant le facteur j au facteur i. En effet, soit dx_i la diminution de la quantité du facteur i et dx_j l'accroissement de la quantité du facteur j de sorte que la production y_0 soit inchangée. dx_1 et dx_2 sont liés par la relation $f'_i\, dx_i + f'_j\, dx_j = 0 \Rightarrow$

$$dx_i = -\frac{f'_j}{f'_i}\, dx_j$$

La variation correspondante du coût de production est :

$$dC = c_i\, dx_i + c_j\, dx_j = (c_j - \frac{f'_j}{f'_i} c_i)\, dx_j$$

dx_j étant positif, dC est du même signe que $(c_j - \frac{f'_j}{f'_i} c_i)$.

Or $c_j - \frac{f'_j}{f'_i} c_i = (\frac{c_j}{f'_j} - \frac{c_i}{f'_i}).f'_j$

Puisque $\frac{f'_i}{c_i} < \frac{f'_j}{c_j} \Rightarrow \frac{c_j}{f'_j} < \frac{c_i}{f'_i} \Rightarrow \frac{c_j}{f'_j} - \frac{c_i}{f'_i} = dC < 0$

On en conclue que lorsque la dépense est minimale, la productivité marginale du dernier dinar est la même quel que soit le facteur auquel il est affecté :

$$\frac{f'_i}{c_i} = \frac{f'_j}{c_j} \quad \forall\ i, j = 1,\ldots..,n$$

2- Solution géométrique

Représentons dans l'espace (x_1, x_2) l'ensemble des combinaisons de facteurs donnant la même production y_0, c'est à dire l'isoquante d'équation $f(x_1, x_2) = y_0$.

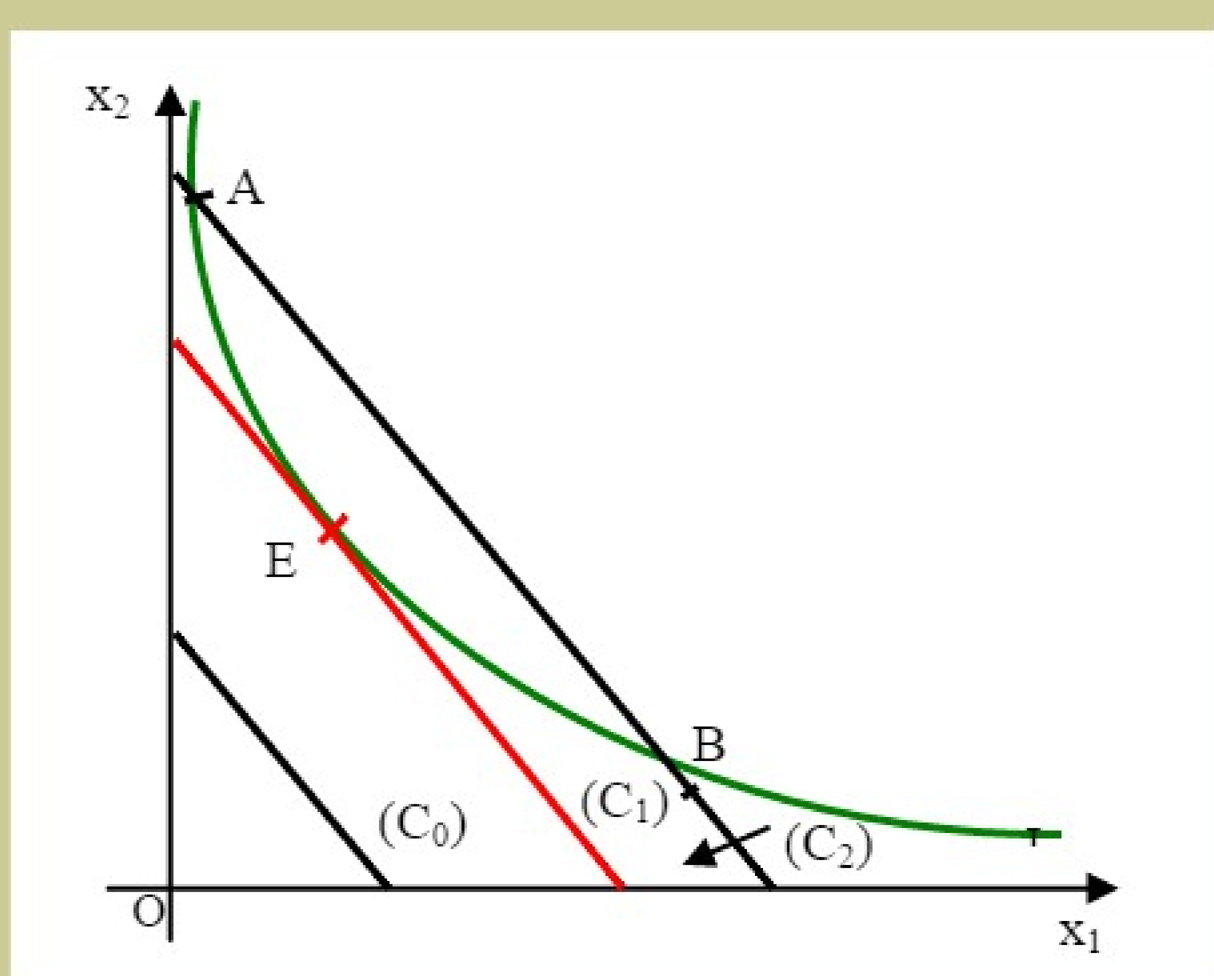


Figure 4.1 Choix de la combinaison optimale de facteurs de production

Traçons ensuite sur le même graphique des droites d'iso-coût, c'est-à-dire des combinaisons de facteurs correspondant à un niveau donné du coût total.
La courbe correspondant au coût C_0 a pour équation :

$c_1 x_1 + c_2 \; x_2 = C_0$ ou encore

$x_2 = - \frac{c_1}{c_2} x_1 + \frac{C_0}{c_2}$

Le coût de production augmente à mesure que la droite d'isocoût s'éloigne de l'origine. La minimisation du coût pour le niveau de production y_0 signifie que le producteur cherche à se placer sur une droite d'isocoût la plus proche de l'origine mais qui a au moins un point de contact avec l'isoquante y_0. Sur ce graphique, il est clair qu'aucune combinaison de facteurs exigeant une dépense C_1 ne suffit à produire la quantité y_0. Par contre, il existe deux combinaisons sur la droite (C_2) qui assurent le niveau de production donné. Mais aucune des deux n'est optimale puisqu'on peut choisir sur la même droite un point intermédiaire qui donne plus de production avec le même coût. L'équilibre est atteint lorsque l'isoquante y_0 est tangente à une droite d'isocoût. La pente de la droite d'isocoût est égale en valeur absolue au prix relatif alors que la pente de l'isoquante est égale en valeur absolue au taux marginal de substitution du facteur 2 au facteur 1 ou encore au rapport des productivités marginales.

La condition d'équilibre est donc :

$\frac{f'_1}{f'_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ou encore

$\frac{f'_1}{c_1} = \frac{f'_2}{c_2}$

On retrouve donc la même règle de choix de la section précédente.

3- Solution analytique :

La combinaison optimale (x_1^*, x_2^*) minimise la dépense totale $C(x_1,x_2) = c_1x_1 + c_2x_2$ sous la contrainte $f(x_1,x_2) = y_0$

Nous savons que ce problème équivaut à la minimisation de la fonction Lagrangien :

$L = c_1 x_1 + c_2x_2 + \lambda \, [y_0 - f(x_1,x_2)]$

où λ est un multiplicateur positif.

En supposant que l'optimum est un point intérieur ($x_1 > 0$ et $x_2 > 0$), les conditions nécessaires de minimisation de L sont :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L(x^*)}{\partial x_1} = c_1 - \lambda f'_1(x_1^*, x_2^*) = 0 \\ \dfrac{\partial L(x^*)}{\partial x_2} = c_2 - \lambda f'_2(x_1^*, x_2^*) = 0 \\ \dfrac{\partial L(x^*)}{\partial \lambda} = y_0 - f(x_1^*, x_2^*) = 0 \end{cases}$$

Des deux premières conditions on tire :

$$\frac{f'_1}{f'_2} = \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow \frac{f'_1}{c_1} = \frac{f'_2}{c_2}$$

La dernière condition exprime seulement la contrainte de production.
Ces conditions de premier ordre sont suffisantes, si la fonction de production est concave.

4- Sentier d'expansion

Pour un niveau donné du produit y_0, la solution du système d'équations

$$\begin{cases} \dfrac{f'_1(x_1,x_2)}{c_1} = \dfrac{f'_2(x_1,x_2)}{c_2}. \\ f(x_1,x_2) = y_0 \end{cases}$$

correspond à un point E_0 du plan (x_1, x_2).

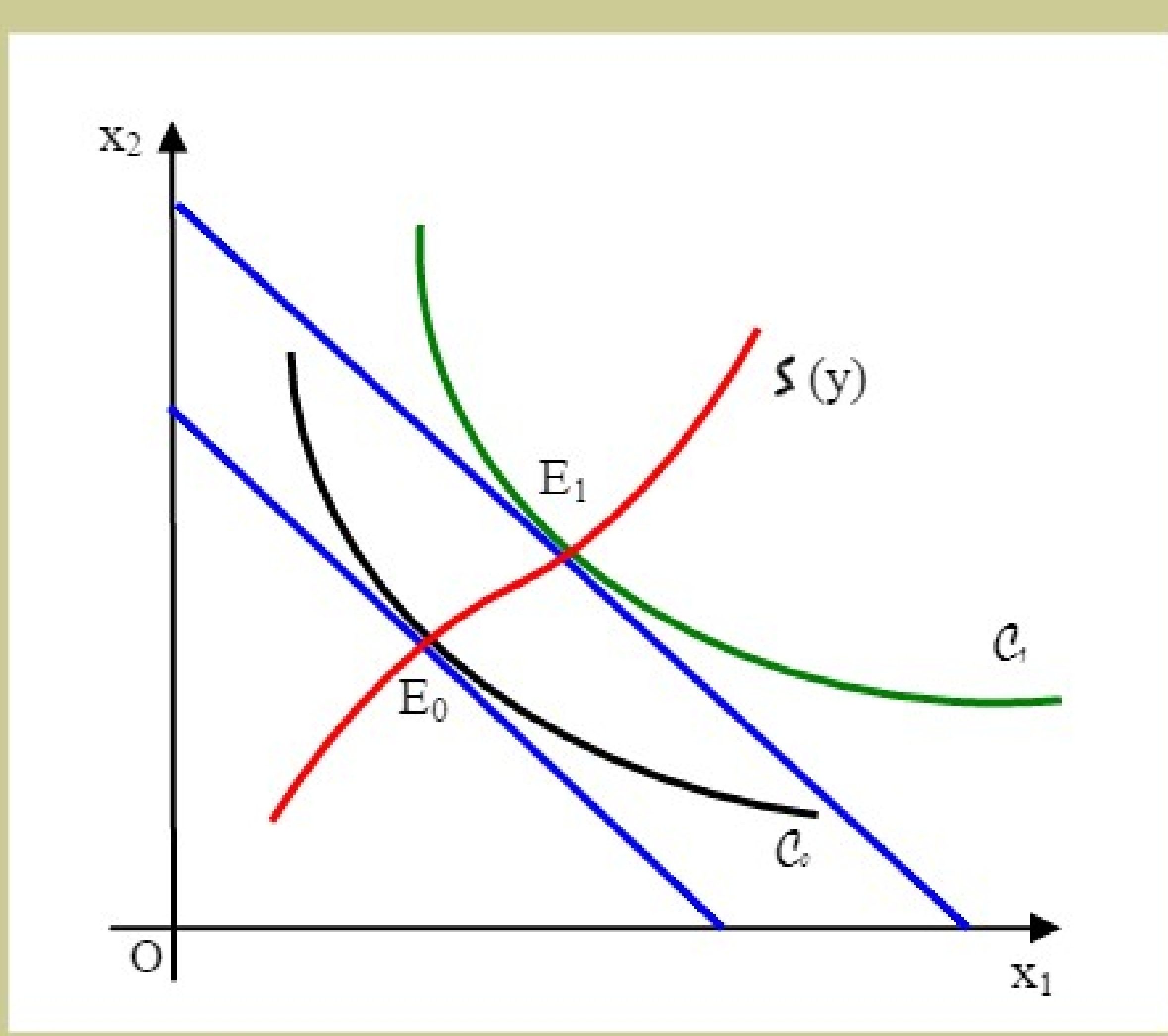


Figure 4.2 Sentier d'expansion de la production

Les coordonnées x_1^0 et x_2^0 de ce point expriment les quantités demandées par l'entreprise des facteurs 1 et 2 lorsque le niveau du produit, les prix et la technologie sont donnés.

En faisant varier le niveau du produit et en maintenant constant tout le reste, on obtient une série de points correspondant chacun à la combinaison optimale de facteurs pour un niveau différent du produit.

La courbe, lieu géométrique de tous ces points, est appelée *sentier d'expansion de la production.*

II- Coûts de Production

1- Dérivation de la fonction de coût total à long terme

Rappelons-nous qu'à long terme tous les facteurs de production sont variables. Il n'y a donc pas de coûts fixes que l'entreprise supporterait indépendamment du volume de la production. Le coût total est dans ce cas identique au coût variable, c'est à dire à la somme des coûts d'usage des facteurs de production, supposés tous variables.

Nous venons de voir qu'en faisant varier le volume de production, les quantités optimales de facteurs varient. A ces quantités de facteurs on fait correspondre par une relation linéaire le coût total :

$$y \rightarrow \begin{cases} x_1(y) \\ x_2(y) \end{cases} \rightarrow C(y) = c_1x_1(y) + c_2x_2(y)$$

La fonction composée qui associe à tout niveau du produit le coût minimum de sa production est appelée *fonction de coût total*.

2- Coût moyen et coût marginal à long terme

- Le coût moyen de production est le coût total divisé par le volume de production.

  $$CM = \frac{C(y)}{y}$$

- Le coût marginal de production est le coût de la dernière unité produite. Lorsque l'unité est suffisamment petite, le coût marginal de production est approximativement égal à la dérivée première de la fonction de coût total.

$$Cm = C'(y) = \frac{dC(y)}{dy}$$

Le coût marginal comme le coût moyen ne sont en général pas constants. Ils dépendent du niveau de la production.

En mettant en liaison les définitions ci-dessus, on peut établir la relation entre coût moyen et coût marginal.

$$Cm = C'(y) = (CM \,.\, y)' = CM' \,.\, y + CM$$

On en déduit que le coût marginal égale le coût moyen lorsque ce dernier est maximum ou minimum ($CM'=0$). De plus, lorsque le coût moyen est croissant ($CM'>0$) le coût marginal est supérieur au coût moyen, et réciproquement. Inversement, lorsque le coût moyen est décroissant ($CM' < 0$) le coût marginal est inférieur au coût moyen et réciproquement. Cette relation, on peut la retenir aisément à l'aide d'un exemple scolaire. Supposons que l'on ait obtenu les notes de toutes les matières à l'exception de celle de microéconomie et que la moyenne s'est établie à 12. En recevant la note de la dernière matière (marginale), on va pouvoir recalculer la moyenne. Alors si la note marginale de microéconomie est supérieure à la moyenne initiale (14 par ex), la moyenne va s'améliorer (moyenne croissante). Au contraire si la note de microéconomie était seulement de 10 (inférieure à la moyenne initiale de 12), la moyenne va régresser.

3- Coûts et rendements d'échelle

Les coûts étant fonction du niveau de production, on aimerait savoir comment ils évoluent avec la quantité produite. Est-ce que le coût moyen d'une petite entreprise produisant peu d'unités est plus élevé ou moins élevé que celui d'une entreprise travaillant à grande échelle ? En réalité les coûts ne sont que le reflet des conditions technologiques représentées par la fonction de production. On s'attend donc à un lien entre le sens d'évolution des coûts et les caractéristiques de la fonction de production.

Nous pouvons établir ce lien dans le cas général, mais pour simplifier nous allons nous placer dans le cas d'une fonction de production homogène de type Cobb-Douglas. Supposons donc que la contrainte technologique à laquelle fait face une entreprise est représentée par :

$$y = Ax_1^{\alpha} x_2^{\beta} \qquad \text{avec } \alpha + \beta = \nu$$

ν est le degré d'homogénéité de la fonction de production et sa valeur donne le sens de variation des rendements d'échelle : Ils sont croissants, constants ou décroissants suivant que ν est supérieur, égal ou inférieur à l'unité.

Nous allons d'abord écrire les conditions de minimisation du coût pour un niveau donné du produit, en déduire ensuite les quantités optimales de facteurs et enfin dériver la fonction de coût total.

Les conditions de minimisation du coût s'écrivent :

$$\begin{cases} \dfrac{f'_1}{f'_2} = \dfrac{c_1}{c_2} \\ f(x_1,x_2) = y \end{cases}$$

$$f'_1 = \alpha y/x_1 \quad , f'_2 = \beta y/x_2 \;\Rightarrow\quad f'_1/f'_2 = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{x_2}{x_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{x_2}{x_1} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{c_1}{c_2}$$

$$Ax_1^{\alpha}\, x_2^{\beta} = y \Rightarrow\; y = A\left[\left(\frac{x_2}{x_1}\right)\right]^{\beta} x_1^{\alpha+\beta}$$

$$\Rightarrow y = A\left[\left(\frac{\beta}{\alpha}\cdot\frac{c_1}{c_2}\right)\right]^{\beta} x_1^{\nu}$$

$$\Rightarrow x_1 = \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\nu} \left(\frac{\alpha c_2}{\beta c_1}\right)^{\beta/\nu}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{\beta}{\alpha}\cdot\frac{c_i}{c_j} \cdot x_1 = \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\nu} \cdot \left(\frac{\beta c_1}{\alpha c_2}\right)^{1-\beta/\nu}$$

$$x_2 = \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\nu} \cdot \left(\frac{\beta c_1}{\alpha c_2}\right)^{\alpha/\nu}$$

- La fonction de coût total s'écrit alors :

  $$C(y) = c_1x_1(y) + c_2x_2(y) = (y/A)^{1/\nu}\left[c_1\left(\frac{\alpha c_2}{\beta c_1}\right)^{\beta/\nu} + c_2\left(\frac{\beta c_1}{\alpha c_2}\right)^{\alpha/\nu}\right]$$

  $C(y) = \delta . y^{1/\nu}$ en notant δ toute la partie de l'expression précédente qui ne dépend pas de y.

- Le coût moyen s'écrit :

$$CM = \frac{C(y)}{y} = \delta\, y^{1/\nu-1}$$

- Le coût marginal s'écrit :

$$Cm = \delta \frac{1}{\nu} . y^{1/\nu-1} = \frac{1}{\nu} CM \quad \Rightarrow \frac{CM}{Cm} = \nu$$

Nous pouvons maintenant établir le sens de variation des coûts moyen et marginal en fonction du sens de variation des rendements d'échelle :

- Rendements d'échelle *constants*
  $\nu = 1 \Rightarrow CM = Cm = \delta$
  Le coût marginal comme le coût moyen sont constants et identiques.

- Rendements d'échelle *croissants*
  $\nu > 1 \Rightarrow CM > Cm \Rightarrow CM$ décroît
  Le coût marginal étant proportionnel au coût moyen, il est aussi décroissant.

- Rendements d'échelle *décroissants*
  $\nu < 1 \Rightarrow CM < Cm \Rightarrow CM$ croît, Cm croît

De nombreuses études empiriques montrent que le coût moyen diminue rapidement lorsque le niveau de production est faible, reflétant ainsi l'existence d'économies d'échelle. Dans certaines industries, le coût moyen continue à décroître mais lentement au-delà d'un certain seuil de production. Ce seuil au-delà duquel la courbe de coût moyen devient quasiment horizontale s'appelle *taille minimale d'efficience* (TME) ou *échelle minimale d'efficience* (EME).

Le tableau suivant présente des estimations de la taille minimale d'efficience pour des entreprises opérant dans diverses branches manufacturières au Royaume Uni et aux Etats Unis. Bien que ces estimations surestiment l'importance des économies d'échelle (la portion décroissante de la courbe de coût moyen) parce qu'elles ne tiennent pas correctement compte de l'effet négatif des problèmes de gestion, elles fournissent néanmoins un éclairage intéressant des conditions de production et de coût dans les branches manufacturières . Il en ressort que :

- La taille minimale d'efficience est surtout élevée dans les industries lourdes (économies d'échelle).

- Dans le grand marché américain, la TME est relativement faible. Ce qui suggère que les entreprises américaines ont quasiment épuisé les économies d'échelle dans leurs branches respectives et qu'elles opèrent dans la partie plate de la courbe de coût moyen. Elles sont bien sûr avantagées (avantage de compétitivité) par rapport à des entreprises similaires dans des pays de plus petite taille et opérant dans la partie descendante de la courbe de coût moyen.

ECHELLE MINIMALE D'EFFICIENCE (E.M.E) DANS DIVERSES INDUSTRIES AU ROYAUME-UNI ET AUX ETATS-UNIS

(1) Industrie	(2) Accroissement en % du coût moyen pour une taille égale à 1/3 de l'EME	(3) EME en % du marché anglais	(3) EME en % du marché anglais
Ciment	26,0	6,1	1,7
Acier	11,0	15,4	2,6
Bouteilles en verre	11,0	9,0	1,5
Coussinets	8,0	4,4	1,4
Tissus	7,6	1,8	0,2
Réfrigérateurs	6,5	83,3	14,1
Raffinage du pétrole	4,8	11,6	1,9
Peintures	4,4	10,2	1,4
Cigarettes	2,2	30,3	6,5
Chaussures	1,5	0,6	0,2

Source : F.M. Scherer et alii, The Economics of Multiplant Operation, Harvard University Press, 1975, tableaux 3.11 et 3.15

Par exemple, l'existence de deux fabricants de réfrigérateurs au Royaume Uni signifie qu'ils n'atteindront pas la TME et qu'ils opéreront dans la partie décroissante du coût moyen. Toutes choses étant égales par ailleurs, ils auront des difficultés à faire face aux fabricants américains de réfrigérateurs.

- Il existe des activités industrielles, surtout légères, où la taille minimale d'efficience est faible (faibles économies d'échelle). Dans le cas de l'industrie de la chaussure par exemple le fonctionnement au tiers de la TME n'accroît que légèrement le coût moyen de production. Ces secteurs accueillent donc un grand nombre d'entreprises concurrentielles opérant dans la zone plate du coût moyen.

- Dans un petit pays tel que la Tunisie où le marché intérieur est exigu, la TME de beaucoup d'activités industrielles dépasse probablement la taille du marché de sorte que pour produire, les entreprises tunisiennes opérant dans de tels secteurs n'auront d'autre choix que d'exporter une portion substantielle de leur production.

Lorsque les entreprises d'une branche font face à des économies d'échelle importantes au début et qui s'émoussent au fur et à mesure que la production augmente, la courbe de coût moyen est en forme de L. Dans d'autres secteurs d'activité, les économies d'échelle sont plutôt faibles et les entreprises subissent des déséconomies d'échelle et des coûts moyens croissants au-delà d'un niveau de production modeste. La courbe du coût moyen décroissante puis croissante est dite en forme de U.

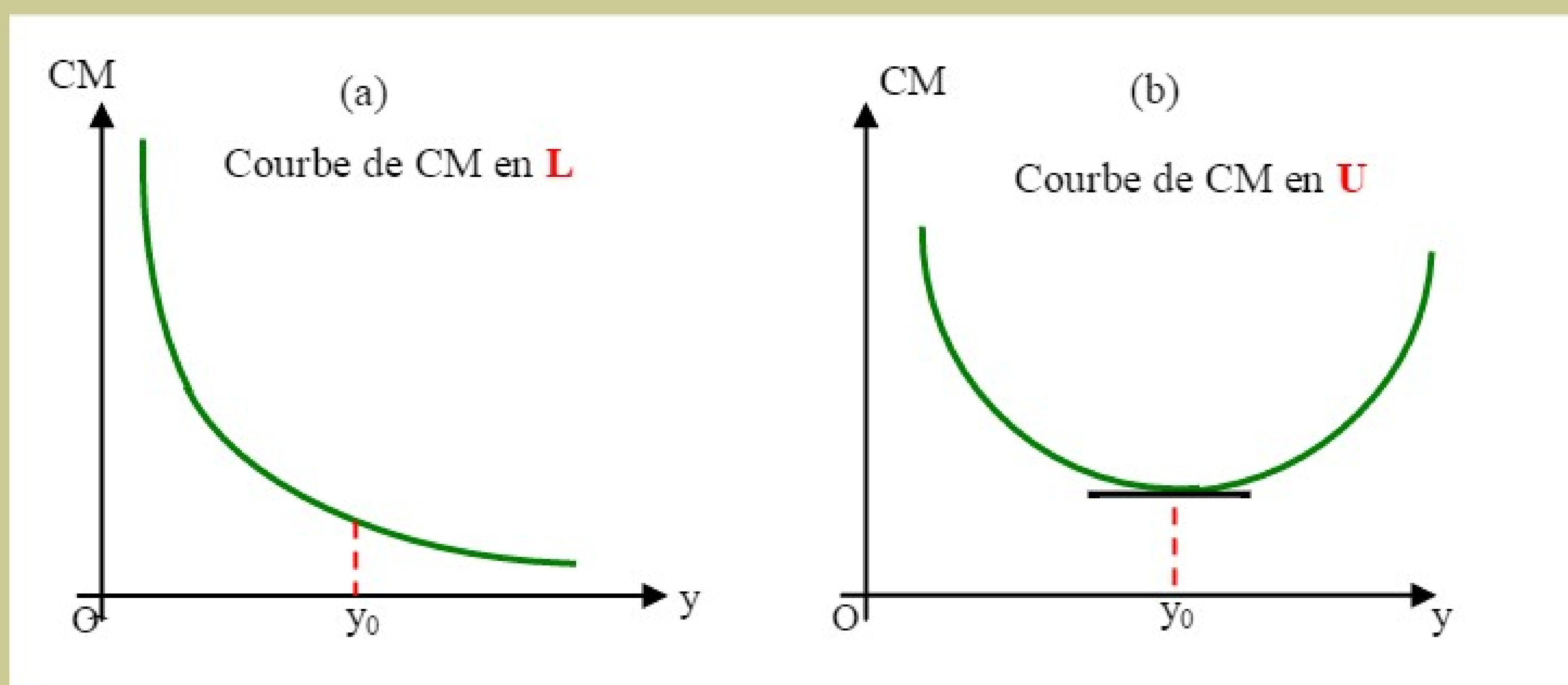


Figure 4.3 Courbes de coût à long terme : (a) Economies d'échelle importantes au début qui s'épuisent rapidement ($y \geq y_0$). (b) Economie d'échelle pour $y \leq y_0$ et déséconomie d'échelle pour $y \geq y_0$

4- Les coûts de production de court terme

Rappelons qu'à court terme, certains facteurs de production sont fixes et ne peuvent par conséquent s'ajuster au niveau désiré. Il en résulte deux conséquences :

D'abord, l'entreprise supporte des coûts fixes, qu'elle produise ou pas. Ces coûts correspondent à l'usage des facteurs fixes. Ensuite, le coût de production à court terme est nécessairement plus élevé que le coût à long terme. Il ne lui est égal que si la capacité de production nécessaire à la production à court terme est égale à la capacité installée. Laissons pour le moment de côté la question du lien entre coût à court terme et coût à long terme et intéressons-nous à la forme des courbes de coût à court terme.

41- Fonctions de coût à court terme

Le coût total à court terme CT est la somme de deux coûts : un coût fixe CF, qui est par définition constant quelle que soit la quantité produite et un coût variable CV, qui est fonction du niveau de production y.

$$CT(y) = CF + CV(y)$$

A partir de ces trois fonctions de coût (total, fixe et variable), on définit trois fonctions de coût moyen et trois fonctions de coût marginal ; de la même façon que précédemment.

- Le *coût fixe moyen* : $CFM = \frac{CF}{y}$ Il décroît à mesure que le coût fixe total est réparti sur un nombre de plus en plus grand d'unités du produit.
- Le *coût variable moyen* : $CVM = \frac{CV}{y}$
- Le coût *moyen* (parfois appelé coût total moyen) : $CM = \frac{CF}{y} + \frac{CV}{y}$
- Le *coût fixe marginal* : CFm. Il est identiquement nul puisque le coût fixe ne dépend pas de la quantité produite et qu'il ne varie donc pas lorqu'on augmente la quantité produite d'une unité.
- Le *coût variable marginal* : $CVm = \frac{dCV}{dy}$
- Le *coût marginal* : $Cm = \frac{dC}{dy} = \frac{d(CF+CV)}{dy} = \frac{dCV}{dy} = CVm$. Le coût marginal étant identique au coût variable marginal, on ne fera plus la distinction entre les deux et on ne parlera plus que de coût marginal.

4.2- Lien entre fonctions de coût et de production à court terme

Le coût variable de production étant lié à la quantité produite, on doit raisonnablement s'attendre à ce que les conditions techniques de production se reflètent dans les coûts variables ; créant ainsi un lien entre les fonctions de coût variable et la fonction de production à court terme.

En représentant les conditions de production à court terme par une fonction de production à deux facteurs dont l'un, le capital, est fixe et l'autre, le travail, est variable, nous avons déjà expliqué qu'il est raisonnable de penser qu'elle passe par trois phases. Dans une première phase, la production augmente plus que proportionnellement par rapport au travail. Elle est suivie par une phase de croissance moins que proportionnelle de la production par rapport au travail. Enfin, dans le troisième intervalle la production baisse avec toute augmentation du facteur travail. (*Cf. figure 4.4-a*).

Formellement, les conditions techniques de production sont représentées par la fonction : $y = f(K_0,L) = \Phi(L)$. La fonction Φ est croissante sur les deux premiers intervalles de variation de la quantité de travail et décroissante sur le troisième. Il est clair qu'une entreprise ne choisira jamais d'utiliser une quantité de travail dans ce dernier intervalle, puisqu'elle peut obtenir la même quantité d'output tout en utilisant une quantité moindre de travail. On se limitera donc par la suite aux deux premiers intervalles sur lesquels la fonction de production de court terme est monotone croissante, et par suite inversible. Son inverse $L = \phi^{-1}(y)$ désigne la quantité minimale de travail que l'entreprise doit utiliser pour obtenir une certaine quantité d'output. Le coût variable de production s'identifie aux charges salariales ; il est égal au salaire unitaire, w, multiplié par la quantité de travail, elle même fonction de la quantité d'output qu'on désire obtenir :

$$CV(y) = w.L = w.\phi^{-1}(y)$$

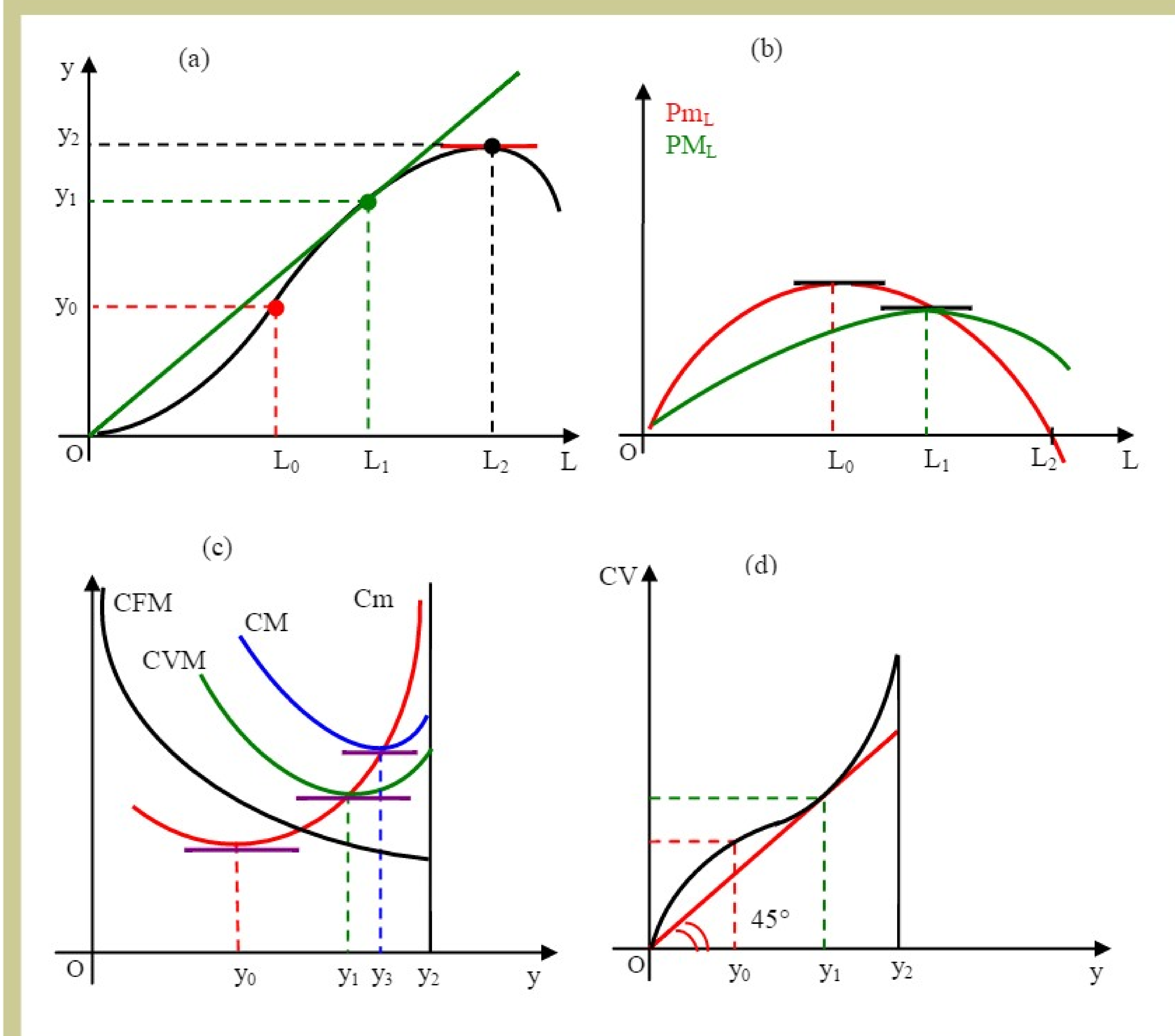


Figure 4.4 Courbes de coût variable moyen, de coût fixe moyen, de coût moyen et de coût marginal, à court terme.

Dérivation des courbes de coût variable

Nous pouvons à présent mettre en parallèle l'évolution des courbes de production à court terme et de productivité moyenne et marginale du travail, d'un côté et les courbes de coût variable, de coût variable moyen et de coût marginal, de l'autre.

- *La courbe du coût variable moyen*

  $$CVM = \frac{CV}{y} = \frac{wL}{y} = \frac{w}{y/L} = \frac{w}{PM}$$

  Le coût variable moyen est inversement proportionnel à la productivité moyenne du travail.

  Comme la productivité moyenne du travail est croissante sur l'intervalle $[0\ ,\ L_1]$ et décroissante ensuite, c'est à dire sur l'intervalle $[0\ ,\ L_2]$. la relation précédente implique que le coût variable moyen est décroissant sur l'intervalle $]0\ ,\ y_1]$ puis croissant sur l'intervalle $[y_1\ ,\ y_2]$; en appelant y_1 et y_2 les quantités d'output correspondant respectivement à L_1 et L_2.

  Quand la productivité moyenne du travail est maximale ($L= L_1$), le coût variable moyen est minimum ($y = y_1$).

- *La courbe du coût marginal*

  $$Cm = \frac{dCV}{dy} = w\ \frac{dL}{dy} = w/\frac{dy}{dL} = w/Pm$$

  Le coût marginal est inversement proportionnel à la productivité marginale du travail.

  Comme la productivité marginale du travail est croissante sur l'intervalle $[0\ ,\ L_0]$ et décroissante sur l'intervalle $[L_0\ ,\ L_2]$ et qu'elle s'annule en L_2, la relation précédente implique que le coût marginal est décroissant sur l'intervalle $]0\ ,\ y_0]$ puis croissant sur l'intervalle $[y_0\ ,\ y_2[$ et qu'il augmente indéfiniment à mesure que la quantité produite s'approche de la quantité maximale y_2. Le coût marginal atteint son minimum ($y = y_0$) lorsque la productivité marginale est à son maximum ($L = L_0$) ; y_0 étant la quantité d'output obtenue en utilisant la quantité de travail L_0 : $y_0 = \Phi(L_0)$.

  Lorsque la productivité marginale est égale à la productivité moyenne (productivité moyenne maximale) le coût variable moyen est égal au coût marginal (coût moyen minimum). La courbe du coût marginal coupe la courbe du coût variable moyen en son minimum.

- *La courbe du coût variable*

Comme le coût marginal, qui est la dérivée du coût variable, est décroissant puis croissant, la courbe de coût variable est d'abord concave et ensuite convexe par rapport à l'origine. Elle admet un point d'inflexion en y_0, c'est à dire lorsque le coût marginal est à son minimum. La phase de concavité (convexité) de la courbe de coût variable correspond à la phase de convexité (concavité) de la courbe de production à court terme.

Courbes de coût total

Rappelons que le coût total est la somme du coût fixe et du coût variable : $CT(y) = CF + CV(y)$.

La courbe de coût fixe est horizontale. La courbe de coût total est homothétique à la courbe de coût variable ; la distance entre les deux courbes mesurée verticalement étant les coûts fixes.

La courbe du coût fixe moyen est une branche d'hyperbole $CFM = \frac{CF}{y}$, elle est toujours décroissante.

Le coût moyen est la somme du coût fixe moyen et du coût variable moyen :

$$CM = CFM + CVM$$

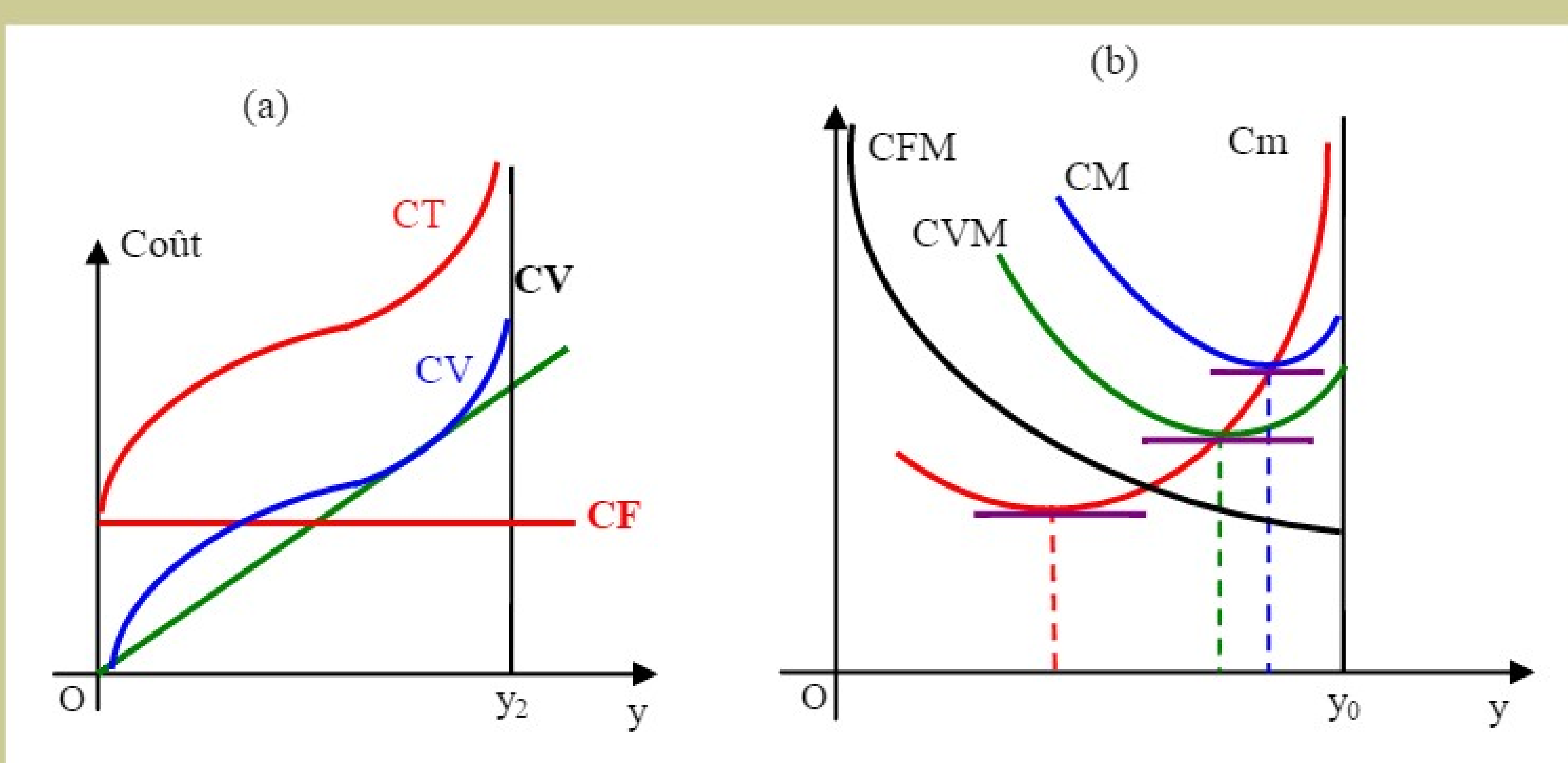


Figure 4.5 Fonction de coût à court terme

Lorsque la courbe de coût variable moyen est décroissante, le coût moyen est évidemment décroissant, puisque la somme de deux fonctions décroissantes. Ensuite le coût moyen devient la somme d'une fonction décroissante (CFM) et d'une fonction croissante(CVM). Dans une première étape, il continue à décroître, puis lorsque la croissance du coût variable moyen l'emporte, il commence à croître. Il passe donc par un minimum situé à droite du minimum de la courbe de coût variable moyen. On démontre que la courbe de coût marginal passe aussi par le minimum de la courbe de coût moyen. En effet $\frac{dCM}{dy} = \frac{dCT(y)/y}{dy}$

$$= \frac{dCT(y)/dy.y - CT(y)}{y^2}$$

Le minimum de CM(y) est atteint quand $\frac{dCT(y)}{dy}.y - CT(y) = 0 \Rightarrow Cm = CM$

5- Lien entre fonctions de coût à court terme et fonction de coût de long terme

La courbe de coût moyen à long terme indique pour chaque niveau de production le coût minimum, en supposant que l'entreprise combine librement les équipements et la quantité de travail. Ainsi chaque point de la courbe de coût à long terme correspond à une quantité d'équipement particulière, ou à une dimension particulière de l'entreprise. En choisissant une certaine dimension, et en lui appliquant différentes quantités de facteurs on obtient la courbe de coût moyen à court terme pour cette dimension. Les courbes de coût moyen à court terme sont nécessairement au-dessus de la *courbe enveloppe* de coût moyen à long terme. Le point de tangence de la courbe à long terme avec une courbe de coût à court terme ne correspond pas nécessairement au minimum du coût moyen à court terme.

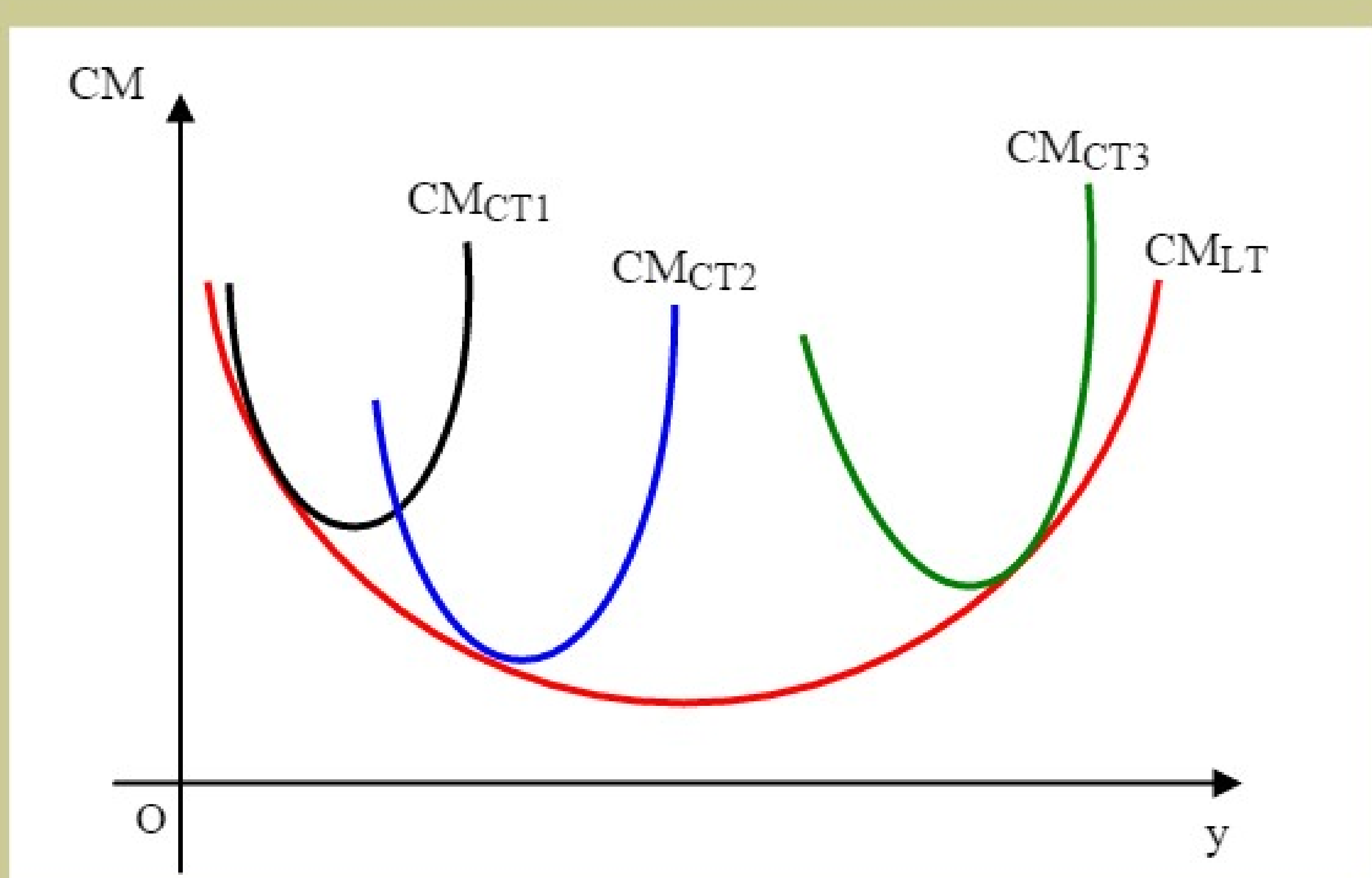


Figure 4.6 Courbe de coût moyen à long terme

Nous allons chercher à établir dans ce qui suit de manière précise la relation entre les fonctions de coût à court et à long terme.

A cet effet nous supposons que la production d'un bien fait intervenir deux facteurs variables utilisés en quantités $\mathbf{x_1}$ et $\mathbf{x_2}$ en plus d'un facteur dont la quantité **k** ne peut s'ajuster qu'à long terme. Ce dernier facteur, fixe à court terme, est identifié au capital physique ou aux équipements de l'entreprise.

Si la taille des équipements varie de manière discontinue, on peut définir une famille finie de fonctions de coût à court terme, correspondant chacune à une taille particulière $\mathbf{k_1}$. La fonction $C(y,k_1)$ est obtenue en choisissant $\mathbf{x_1}$ et $\mathbf{x_2}$ de manière à minimiser le coût total de production de toute quantité **y** du bien, la taille des équipements $\mathbf{k_1}$ demeurant inchangée. Elle est composée d'un coût fixe égal au coût d'usage des équipements $\mathbf{k_1}$, $CF(k_1) = CF_1$, et d'un coût variable $CV_1(y) = c_1x^*_{1/1} + c_2\,x^*_{2/1}$

où $\mathbf{c_1}$ et $\mathbf{c_2}$ sont les prix unitaires des facteurs variables et $(x^*_{1/1},\ x^*_{2/1})$ est la combinaison optimale des facteurs variables lorsque $\mathbf{k = k_1}$. En admettant que pour des équipements fixes, les rendements marginaux des facteurs variables sont d'abord croissants puis décroissants, la courbe de coût total à court terme est d'abord concave et ensuite convexe. Son ordonnée à l'origine mesure le coût fixe.

Le graphique montre trois courbes C_1 représentant une famille de trois fonction de coût à court terme $C(y,k_1)$ i = 1, 2, 3. L'ordonnée à l'origine des trois courbes est croissante, reflétant la croissance de la taille des équipements : $k_3 > k_2 > k_1$.

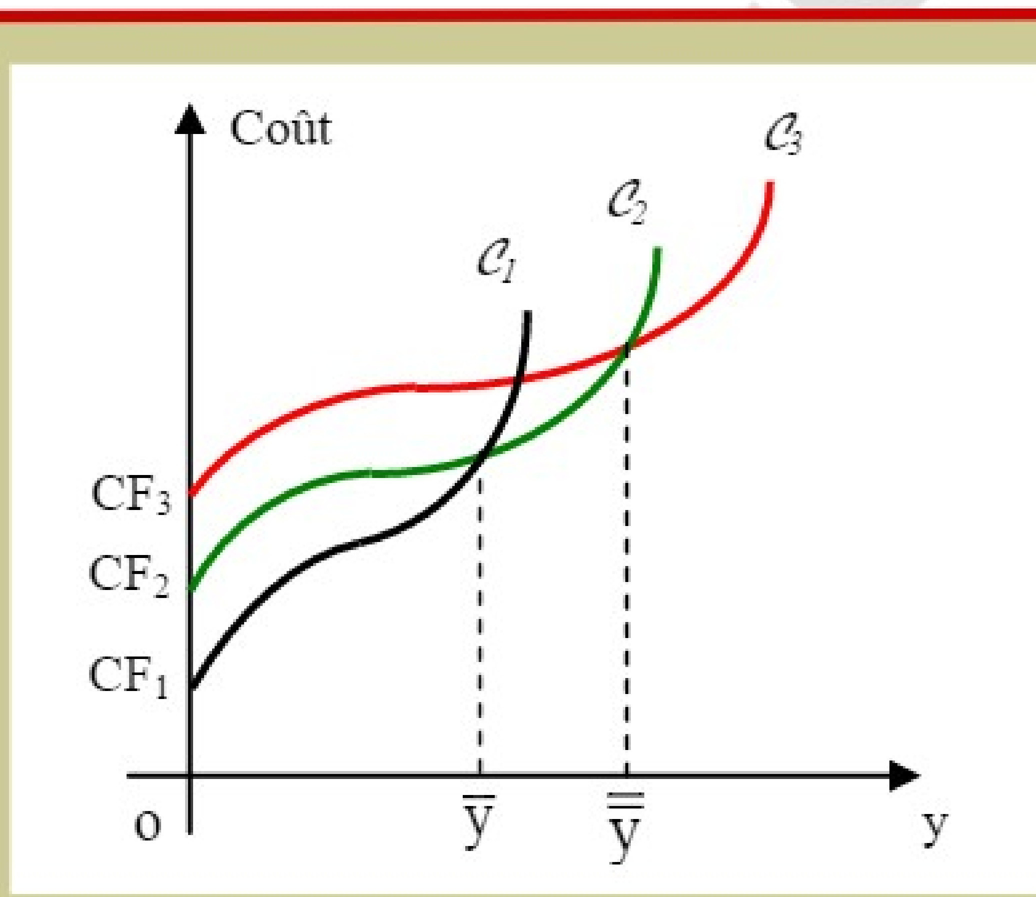


Figure 4.7 Coût total à court et long termes.

Il est raisonnable de penser que lorsque la quantité d'équipements est plus importante, on peut produire une même quantité en appliquant des quantités moindres des facteurs variables. Pour une même quantité d'output, le coût variable est alors d'autant plus faible que le coût fixe est plus élevé.

Lorsque la quantité produite est faible, le coût fixe compte pour une grande partie du coût total. Celui-ci est donc d'autant plus élevé que la taille des équipements est plus grande. Mais au fur et à mesure que la quantité produite augmente le poids relatif du coût fixe dans le coût total diminue et celui du coût variable augmente. A partir d'un certain niveau de production, le coût total de production dans une usine de taille plus grande devient plus faible que le coût de production dans une usine de moindre taille. C'est ainsi que pour des productions inférieures à $\bar{y}_1$, le coût associé à la taille k_1, $C(y,k_1)$ est plus faible que celui associé à la taille k_2, $C(y,k_2)$. Au delà de $\bar{y}_1$, la situation se renverse. De même la taille k_2 correspond à un coût moindre que la taille k_3 pour un volume de production inférieur à $\bar{y}_2$ et à un coût plus élevé lorsque le volume de production dépasse $\overline{y_2}$.

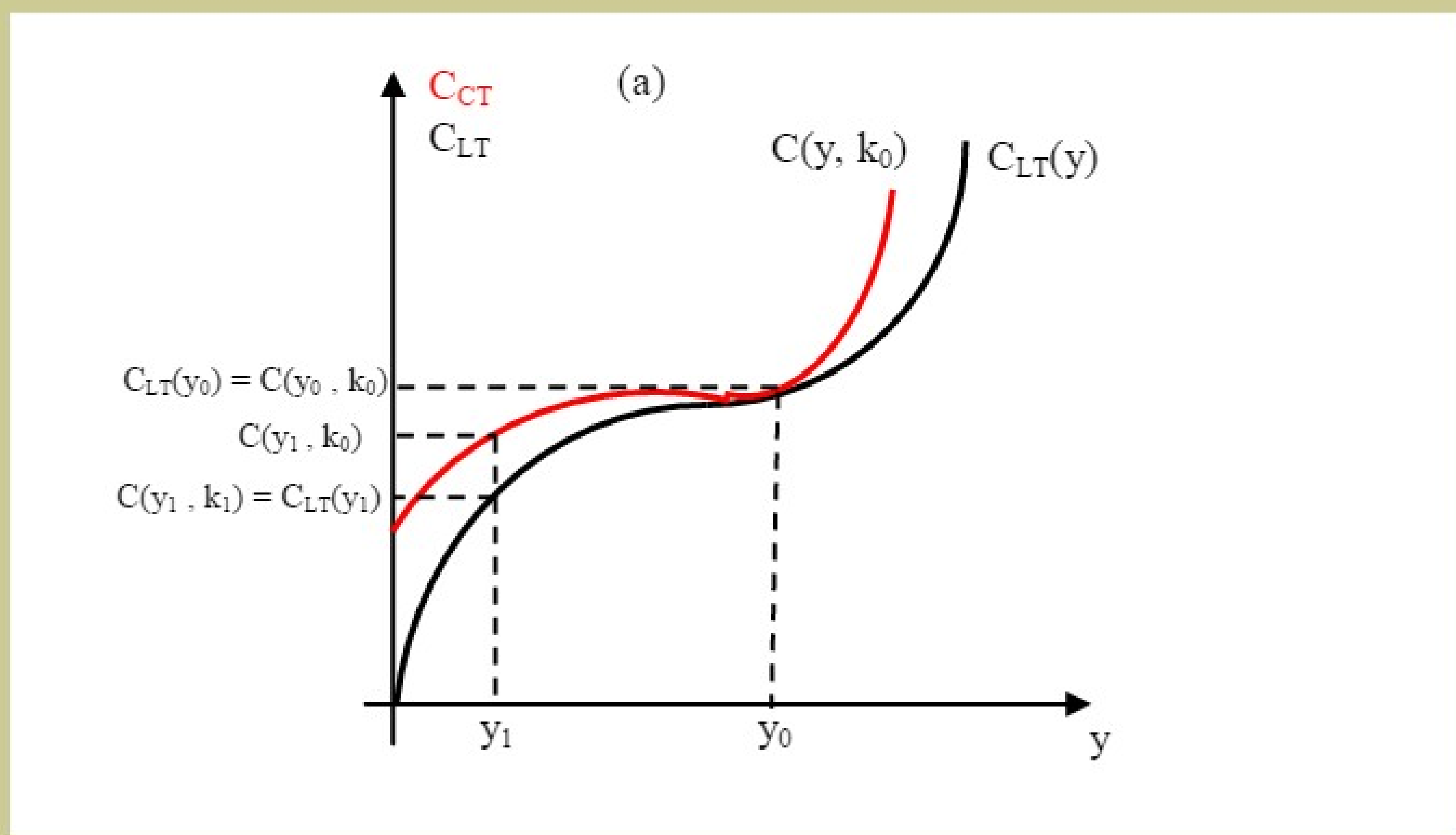
A long terme, l'entreprise peut choisir librement la taille de ses équipements. Sa fonction de coût total à long terme est alors représentée par les portions inférieures des courbes C_1, C_2 et C_3. Parce que la courbe de coût à long terme « enveloppe » par le bas les courbes de coût à court terme, elle est appelée une *courbe-enveloppe.*

A mesure qu'on élargit le choix à un plus grand nombre de tailles, la courbe de coût à long terme s'identifie à chacune des courbes de coût à court terme sur une portion de plus en plus étroite.

A la limite, lorsque la taille des équipements varie de manière continue, le nombre de tailles a priori possibles tend vers l'infini, et la portion sur laquelle la courbe à long terme se confond avec une courbe à court terme particulière se réduit à un point.

Ainsi, en chaque point de la courbe de coût à long terme, il existe une courbe de coût à court terme qui lui soit tangente. A chaque niveau de production $\mathbf{y_0}$ correspond une taille $\mathbf{k_0}$ qui permet de l'obtenir au moindre coût. Inversement, chaque taille **k** est optimale pour produire une certaine quantité **y**.

Il est par ailleurs clair qu'en dehors du point de tangence, la courbe de coût total à court terme est située au dessus de la courbe de coût à long terme. Soit en effet $y_1 \neq y_0$. Le coût à long terme $C_{LT}(y_1)$ est obtenu en choisissant librement la taille k_1 de façon à ce que ce coût soit minimum. Il s'en suit que le coût total obtenu en choisissant toute autre taille est supérieur à $C_{LT}(y_1)$: $C(y_1,k_0) > C(y_1,k_1) = C_{LT}(y_1)$.



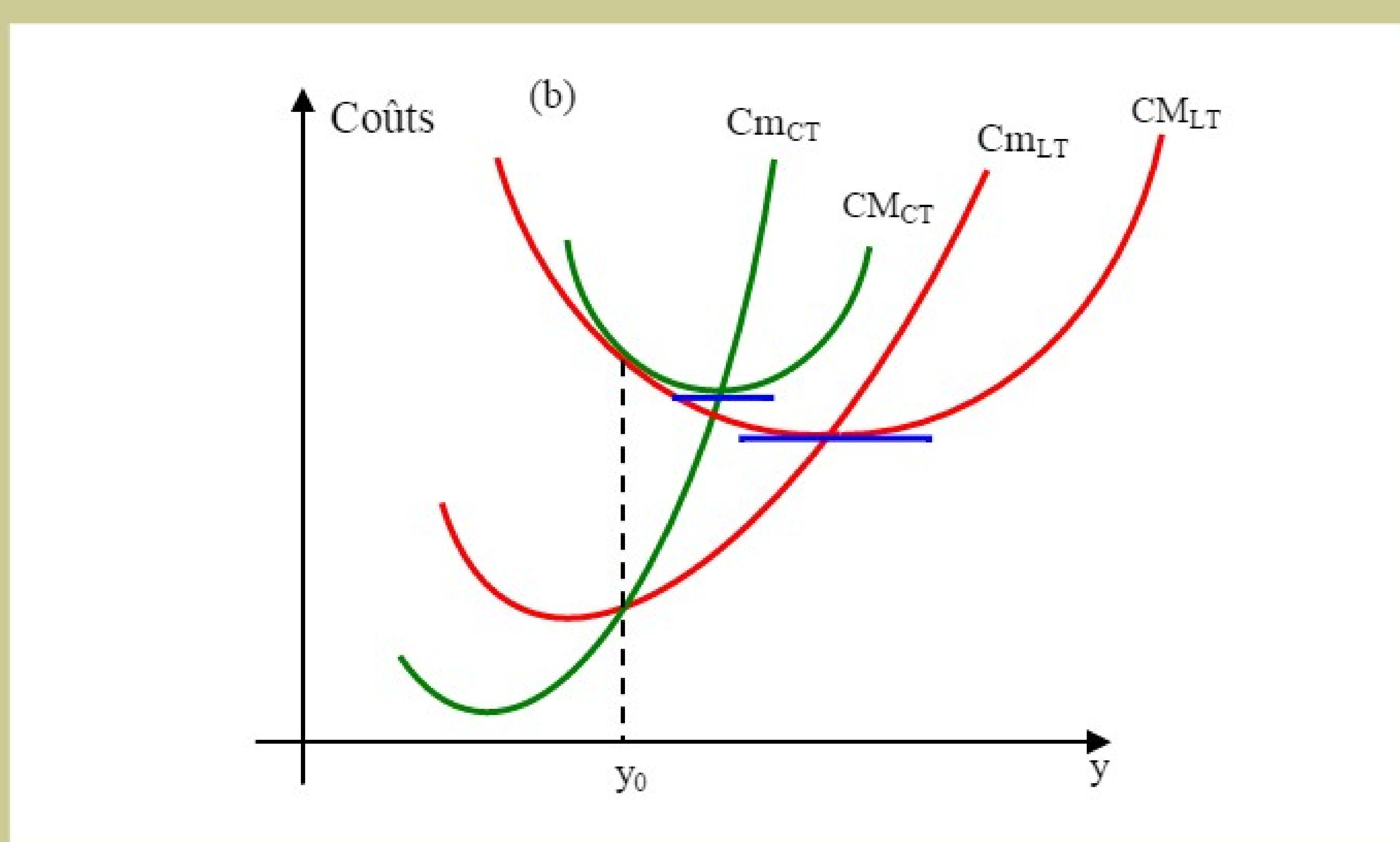


Figure 4.8 Coût moyen et Coût marginal à court et à long termes.

Equation de la courbe de coût total à long terme

Soit C(y,k) la famille de courbes de coût à court terme dépendant du paramètre **k** exprimant la taille des équipements. La courbe de coût à long terme est obtenue en cherchant pour chaque quantité d'output, la taille **k*** qui minimise les coûts totaux :

$k^* / \min C(y,k) \quad \forall \; y$

La condition du premier ordre de minimisation de C(y,k) est : $\frac{\partial C}{\partial k}(y, k^*) = 0$ dont la solution est $k^* = \phi(y)$. En remplaçant dans C(y,k) **k** par $k^* = \phi(y)$, on obtient l'équation de la courbe de coût total à long terme.

Relation entre coûts moyens et marginaux à court et à long termes

Chaque point de la courbe de coût total à long terme est un point de tangence avec une courbe de coût à court terme particulière, celle dont la taille fixe des équipements minimise le coût total de production de la quantité correspondante.

Soit A un point de la courbe de coût de long terme d'abscisse $\mathbf{y_0}$.

Alors il existe une taille k_0 telle que $C(y_0,k_0) = C_{LT}(y_0)$.

En divisant par $\mathbf{y_0}$ les deux membres de cette égalité, on obtient : $CM(y_0,k_0) = CM_{LT}(y_0)$.

La courbe de coût moyen à court terme correspondant à la taille $\mathbf{k_0}$ est donc tangente à la courbe de coût moyen de long terme au point d'abscisse $\mathbf{y_0}$.

D'autre part, on a $C_{LT}(y) \leq C(y,k_0) \quad \forall \; y$

ou encore $h(y,k_0) = C_{LT}(y) - C(y,k_0) \leq 0 \quad \forall \; y$

La fonction $h(y,k_0)$ atteint son maximum lorsque le coût de long terme est égal au coût de court terme, donc lorsque $y = y_0$.
Or, la condition de premier ordre de maximisation de la fonction $h(y,k_0)$ est :

$$\frac{\partial h(y_0,k_0)}{\partial y} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial C_{LT}(y_0)}{\partial y} = \frac{\partial C(y_0,k_0)}{\partial y} \Leftrightarrow$$

$$Cm_{LT}(y_0) = Cm(y_0,k_0)$$

Au point de tangence des courbes de coût total à court et à long termes, les coûts marginaux à court et à long termes sont donc égaux.

6- Coûts comptables et coûts économiques

Nous avons parlé jusqu'ici des coûts de production sans savoir comment ils sont évalués. Pour l'Economie les prix doivent être de bons guides à l'allocation des ressources. On doit donc rattacher un coût à l'utilisation d'une ressource rare par l'entreprise indépendamment du fait que l'entreprise paie effectivement ce coût ou pas. Cette vision diffère fondamentalement de celle de la comptabilité qui ne retient que les paiements réellement effectués. Deux exemples illustrent cette divergence. La comptabilité d'une entreprise individuelle n'enregistre pas comme charge du facteur travail la compensation du travail fourni par le propriétaire. L'Economie observe que ce travailleur propriétaire aurait pu travailler comme salarié dans une autre entreprise. Le salaire qu'il perd en décidant de travailler pour son propre compte est un *coût d'opportunité* qui devrait être pris en compte dans le calcul du coût total de production et par suite du profit. Si la comptabilité de cette entreprise individuelle fait par exemple ressortir un bénéfice de 15000 dinars et si le salaire le plus élevé qu'aurait pû avoir le travailleur est de 1000 dinars par mois, le "profit" de l'entreprise au sens économique après prise en compte du coût d'opportunité du travail fourni par le propriétaire est seulement de 3000 dinars.

En second lieu, le coût de production doit tenir compte du coût d'usage du capital. Comme les équipements ont une durée de vie de plusieurs exercices comptables, on impute à chaque exercice un coût qui représente le prix des services rendus par le capital au cours de cet exercice. Si par exemple les équipements ont été achetés à 100000 dinars et qu'ils ont une durée de vie estimée de 10 ans, on imputerait chaque année 1/10 du prix d'achat des équipements, c'est à dire 10000 dinars. C'est ce que fait la comptabilité sous la rubrique charge d'amortissement des immobilisations. Cependant comme les équipements ont été achetés à une date antérieure et que le prix a été payé quelques années plus tôt, il faudrait tenir compte aussi du coût d'immobilisation de l'argent pendant ce temps. La comptabilité tient effectivement compte de ces charges, lorsque les équipements ont été financés par un emprunt sur lequel des intérêts sont payés annuellement. Mais pour l'Economie, il faudrait tenir compte de ces charges qu'elles soient effectivement payées sous forme d'intérêt ou qu'elles ne correspondent à aucun déboursement comme dans le cas où les équipements sont financés par les fonds propres de l'entreprise ou par un financement participatif. Là encore un coût d'opportunité doit être imputé aux fonds propres ou au capital participatif. Il est égal au rendement maximum qu'ils pourraient gagner s'ils étaient placés ailleurs. On voit donc que contrairement au bénéfice comptable, le profit économique déduit des recettes les revenus qu'auraient pu gagner les propriétaires en plaçant leur capital ailleurs.