

Applications

Application 1 :

Un investisseur hésite à participer à un appel d'offre. Les frais de préparation du dossier s'élèvent à 10.000 dinars. Il estime avoir une chance sur cinq d'obtenir le contrat, auquel cas, il gagnerait 300.000 dinars nets des frais de préparation du dossier. Sa fonction d'utilité est représentée par les chiffres suivants :

Richesse (w)	Utilité U(w)
-15.000	-17
-10.000	-10
0	0
50.000	14
100.000	21
150.000	26
200.000	31
300.000	40

Indiquer si cet investisseur décidera ou non de participer à l'appel d'offre, d'abord selon le critère du gain espéré et ensuite en fonction du critère de l'utilité espérée des gains.

Corrigé :

Il s'agit ici de comparer les 2 loteries suivantes :

Participer à l'appel d'offre

$$l_1 \begin{cases} -10.000 & 4/5 \\ 300.000 & 1/5 \end{cases}$$

Ne pas participer

$$l_2 \begin{cases} 0 & 1 \end{cases}$$

Selon le critère du gain espéré :

$$E(l_1) = -10.000 * 0,8 + 300.000 * 0,2 = 52.000$$

$$E(l_2) = 0$$

$E(l_1) > E(l_2)$, donc l'investisseur choisit de participer à l'appel d'offre.

Selon le critère de l'utilité espérée des gains :

$$U(l_1) = E(U(w)) = U(-10.000) * 4/5 + U(300.000) * 1/5 = -10 * 4/5 + 40 * 1/5 = 0$$

$$U(l_2) = E(U(w)) = 0$$

$U(l_1) = U(l_2)$, donc selon le critère de l'utilité espérée des gains, l'investisseur est indifférent entre participer ou non à l'appel d'offre. Ainsi, le fait de modifier les critères décisionnels pour tenir compte du risque, modifie la décision à prendre.

Application 2*² :

On considère une entreprise dont le propriétaire a une fonction d'utilité qui semble pouvoir être ajustée par : $U(w) = 30 + \sqrt{w}$.

1°- Déterminer le comportement de ce propriétaire face au risque.

2°- Cette entreprise a vendu des marchandises à crédit à un client étranger pour un montant non encore recouvré de 360.000 dinars. De récentes informations obtenues font état d'une probable faillite de ce client. Si cette éventualité venait à se réaliser (probabilité 0,35), l'entreprise ne récupérerait qu'un maximum de 50.000 dinars.

a/ Si l'entreprise avait le choix de subir ou non le défaut de paiement de son client, quelle serait dans les deux cas, la prime de risque qu'elle serait prête à payer pour éviter de courir un tel risque ?

b/ L'entreprise envisage finalement de s'assurer contre le défaut du paiement de ce montant. Il est demandé compte tenu de la fonction d'utilité du propriétaire, de calculer le montant maximal de prime d'assurance que l'entreprise accepterait de payer.

3°- Etudier de manière ponctuelle le comportement du propriétaire de l'entreprise face au risque.

Corrigé :

1°- $U(w) = 30 + \sqrt{w} \quad \Rightarrow \quad DU = IR^+$

$U'(w) = 1/2 \cdot w^{-1/2} > 0 \quad \Rightarrow \quad DU = IR^{+*}$

$U''(w) = -1/4 \cdot w^{-3/2} < 0 \quad \Rightarrow \quad \text{aversion pour le risque.}$

2°- a/ $\pi = E(I_1) - w^*$

$$I_1 \quad \begin{cases} 360.000 & 65\% \\ 50.000 & 35\% \end{cases}$$

$\Rightarrow E(I_1) = 65\% \cdot 360.000 + 35\% \cdot 50.000 = 251.500$

$\Rightarrow w^* / : 30 + \sqrt{w^*} = 0,65 \cdot (\sqrt{360.000} + 30) + 0,35 \cdot (\sqrt{50.000} + 30)$

$\Rightarrow w^* = 219.269,300$

$\Rightarrow \pi = 251.500 - 219.269,700 = 32.230,300$

b/ Par définition, la prime d'assurance maximale p est telle que l'individu est indifférent entre s'assurer et ne pas s'assurer : $U(\text{s'assurer}) = U(\text{ne pas s'assurer})$

Ne pas s'assurer (I_1)

$$I_1 \quad \begin{cases} 360.000 & 65\% \\ 50.000 & 35\% \end{cases}$$

S'assurer (I_2)

$$I_2 \quad \begin{cases} 360.000 - p & 100\% \end{cases}$$

² Les applications marquées d'une étoile proviennent de sujets d'examen de l'IHEC Carthage.

Ayant $p / : U(l_1) = U(l_2)$

$$\Rightarrow 0,65 * (\sqrt{360.000} + 30) + 0,35 * (\sqrt{50.000} + 30) = (\sqrt{360.000} - p + 30)$$

$$\Rightarrow p = 140.730,700$$

$$3^{\circ} - U(w) = 30 + \sqrt{w}$$

$$\Rightarrow U'(w) = 1/2 \cdot w^{-1/2} > 0$$

$$\Rightarrow U''(w) = -1/4 \cdot w^{-3/2} < 0$$

$$\Rightarrow AAR = -U''(w) / U'(w) = -[-1/4 \cdot w^{-3/2}] / [1/2 \cdot w^{-1/2}] = 1/2w$$

$$\Rightarrow ARR = -[U''(w) / U'(w)] \cdot w = 1/2$$

On en conclut que plus cet individu s'enrichit plus il investit des sommes importantes dans des loteries risqués, sans pour autant que la proportion de richesse investie ne change.

Application 3 :

Reprendre l'application 5 du chapitre 2 et indiquer la décision qui serait prise par le dirigeant de la STO, sur la base du critère de l'utilité espérée de la VAN, si l'on supposait que son comportement vis-à-vis du risque pouvait être approximé par la fonction suivante :

$$U(w) = \ln(w + 100)$$

Corrigé :

Afin de savoir quelle décision risque d'être prise par le dirigeant de la STO, il faut identifier son comportement en matière de rationalité et de risque. Cette identification se fait à travers les dérivées première et seconde de sa fonction d'utilité :

$$DU / : w + 100 > 0 \quad \Rightarrow \quad DU =]-100 ; +\infty[$$

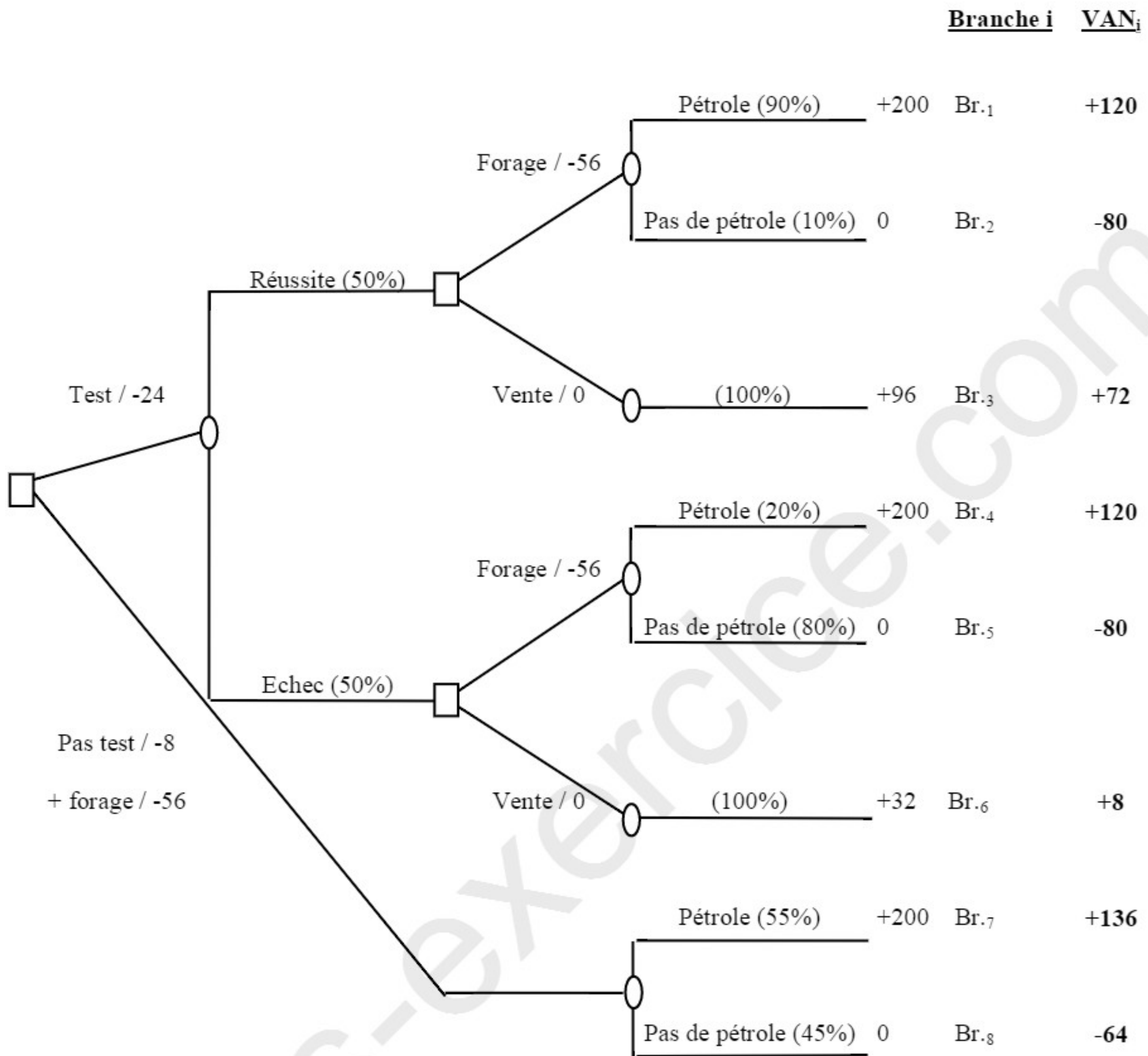
$$U'(w) = 1 / (w + 100) > 0 \quad \forall \in]-100 ; +\infty[$$

\Rightarrow le dirigeant est donc rationnel

$$U''(w) = -1 / (w + 100)^2 < 0 \quad \forall \in]-100 ; +\infty[$$

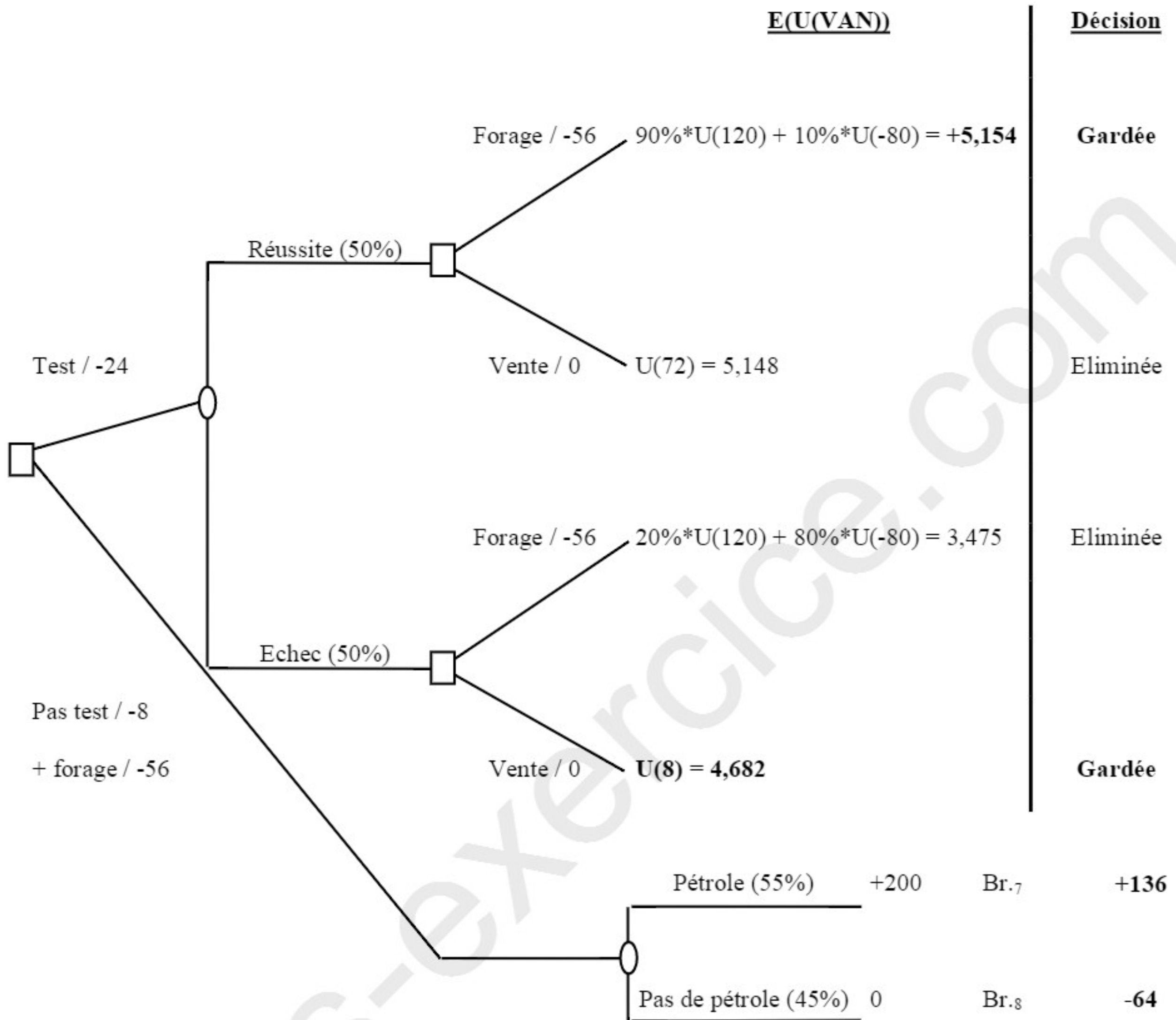
\Rightarrow le dirigeant est donc averse au risque

Représentation de l'arbre de décision.

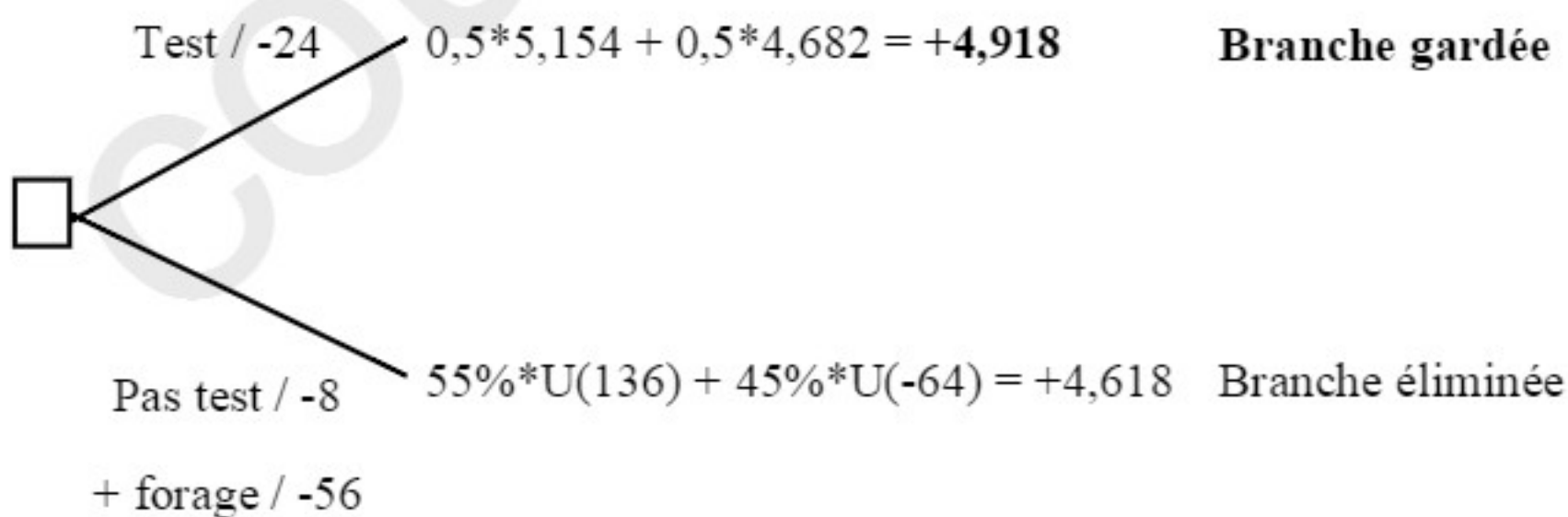


Calcul des utilités espérées de VAN.

1/ Derniers nœuds décisionnels :



2/ Premier nœud décisionnel :



Conclusion :

La décision est restée inchangée : la société STO a intérêt à réaliser le test sismique et si le test réussit, elle effectue le forage, si non, elle vend ses droits à une autre société.